

科目	数学	出題意図	本試験は、大学入学後の学業遂行に必要となる、高等学校段階における基礎的な学習内容を理解しているかを問うものです。
入試期	前期2教科		
試験日	2026年2月5日		
試験時間	2教科連続120分		

(I)

問1 $x^2 - y^2 - 6yz - 9z^2 = x^2 - (y + 3z)^2 = (x + y + 3z)(x - y - 3z)$ ㊦

問2 $2x - 6 < y < -x + 4$ ……①

$2x - 6 < -x + 4$ を満たすから、 $x < \frac{10}{3}$

x は正の整数だから $x = 1, 2, 3$ のいずれかしかない。

$x = 1$ のとき、① $\Leftrightarrow -4 < y < 3$

これを満たす正の整数 y は $y = 1, 2$

$x = 2$ のとき、① $\Leftrightarrow -2 < y < 2$

これを満たす正の整数 y は $y = 1$

$x = 3$ のとき、① $\Leftrightarrow 0 < y < 1$

これを満たす正の整数 y は存在しない。

以上より、①を満たす正の整数の組 (x, y) は

$(1, 1), (1, 2), (2, 1)$

の3組である。㊦

問3 2つの放物線が x 軸上の点で交わるとき、2つの2次方程式

$x^2 - 2x - a = 0$ …①, $x^2 - 5x + 2a = 0$ …②

は共通解をもつ。①-②より

$3x - 3a = 0$

が成り立つ。つまり、共通解は $x = a$ である。

$x = a$ のとき、①, ②より $a^2 - 3a = 0$ つまり $a = 0, 3$

$a \neq 0$ より、 $a = 3$ である。

逆に、 $a = 3$ のとき、2つの放物線は

$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1)$, $y = x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$

となり、確かに x 軸上の点 $(3, 0)$ で交わる。よって、求める a の値は

$a = 3$ ㊦

問4 $\cos \theta + 2\sin^2 \theta = \cos \theta + 2(1 - \cos^2 \theta)$

$= -2\cos^2 \theta + \cos \theta + 2$

$= -2\left(\cos \theta - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$

よって、 $\cos \theta = \frac{1}{4}$ のとき最大値 $\frac{17}{8}$ をとる。㊦

問5 $AB=3$, $BC=6\sqrt{2}$, $CA=3\sqrt{5}$ より

$$\cos \angle ABC = \frac{3^2 + (6\sqrt{2})^2 - (3\sqrt{5})^2}{2 \cdot 3 \cdot 6\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

したがって, $\sin \angle ABC = \frac{1}{\sqrt{2}}$ となるから, $\triangle ABC$ の面積は

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 9 \quad \text{答}$$

参考 $\cos \angle BAC = \frac{3^2 + (3\sqrt{5})^2 - (6\sqrt{2})^2}{2 \cdot 3 \cdot 3\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$, $\sin \angle BAC = \frac{2}{\sqrt{5}}$

$$\cos \angle ACB = \frac{(6\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{5})^2 - 3^2}{2 \cdot 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5}} = \frac{3}{\sqrt{10}}, \quad \sin \angle ACB = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

問6 $\frac{(1+2+3+4+5+6)^2}{6^2} = \left(\frac{21}{6}\right)^2 = \frac{49}{4} \quad \text{答}$

(II)

$$a^2 + 3b = 24 \dots\dots ①, \quad b^2 + 3a = 24 \dots\dots ②$$

問1 ①-②より $(a^2 - b^2) + 3(b - a) = 0$

$$(a+b)(a-b) - 3(a-b) = 0$$

$$(a-b)(a+b-3) = 0$$

$$a \neq b \text{ より } a+b-3=0$$

$$\therefore a+b=3 \quad \text{答}$$

①+②より $(a^2 + b^2) + 3(a+b) = 48$

$$(a+b)^2 - 2ab + 3(a+b) = 48$$

$$a+b=3 \text{ より } 2ab = 3^2 + 3 \cdot 3 - 48 = -30$$

$$\therefore ab = -15 \quad \text{答}$$

問2 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{(a+b)(a-b)}{ab}$

$$\text{ここで, } (a-b)^2 = (a+b)^2 - 4ab = 3^2 + 60 = 69$$

$$a > b \text{ より } a-b > 0 \text{ よって } a-b = \sqrt{69}$$

$$\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{3\sqrt{69}}{-15} = -\frac{\sqrt{69}}{5} \quad \text{答}$$

(Ⅱ)

$$a^2 + 3b = 24 \dots\dots ①, \quad b^2 + 3a = 24 \dots\dots ②$$

問1 ①-②より $(a^2 - b^2) + 3(b - a) = 0$

$$(a + b)(a - b) - 3(a - b) = 0$$

$$(a - b)(a + b - 3) = 0$$

$$a \neq b \text{ より } a + b - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 3 \quad \text{答}$$

①+②より $(a^2 + b^2) + 3(a + b) = 48$

$$(a + b)^2 - 2ab + 3(a + b) = 48$$

$$a + b = 3 \text{ より } 2ab = 3^2 + 3 \cdot 3 - 48 = -30$$

$$\therefore ab = -15 \quad \text{答}$$

問2 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a} = \frac{a^2 - b^2}{ab} = \frac{(a + b)(a - b)}{ab}$

$$\text{ここで, } (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 3^2 + 60 = 69$$

$$a > b \text{ より } a - b > 0 \text{ よって } a - b = \sqrt{69}$$

$$\therefore \frac{b}{a} - \frac{a}{b} = \frac{3\sqrt{69}}{-15} = -\frac{\sqrt{69}}{5} \quad \text{答}$$